

Računarski sistem, predstavljanje podataka u računaru

predavač: Nadežda Jakšić

Programiranje programski jezik C

Računarski sistem

Hardver

- ulazni uređaji
- procesor
- unutrašnja, operativna, RAM memorija – u njoj se nalazi program koji se trenutno izvršava
- izlazni uređaji
- spoljne memorije

Softver

- sistemski programi
- aplikativni ili korisnički programi

Podaci u računaru

- memorija se sastoji od velikog broja najčešće elektronskih komponenti koje mogu da memorišu odnosno čuvaju dva stanja (diskretne vrednosti) određene fizičke veličine tj. napona
- bit (nula ili jedan)
- bajt (osam bitova)
- kilobajt (KB= 2^{10} bajtova=1024 bajta)
- megabajt (MB= 2^{20} bajtova=1024 KB)
- gigabajt (GB= 2^{30} bajtova=1024 MB)
- terabajt (TB= 2^{40} bajtova=1024 GB)

Kodiranje

- zapis podataka - način na koji će podaci bliski čoveku (alfanumerički i numerički) biti prevedeni u binarnu formu koju prepoznaje računar
- univerzalna metodologiju prevođenja sa jednog jezika na drugi kao rezultat ima da za svaki podatak postoji odgovarajuća kombinacija bitova (0 i 1) koja taj podatak predstavlja u računarskom sistemu
 - 2 bita, $2^2 = 4$ kombinacije 00,01,10,11
 - 8 bitova, $2^8 = 256$ kombinacija, ASCII kod
 - Unicode, 16 bitova, 65536 kombinacija
 - UTF-8, verzija Unicoda, različitim brojem bajtova se kodiraju podaci

ASCII cod – deo

DEKADNI	BINARNI	OKTALNI	HEKSADEKADNI	ASCII
32	010 0000	040	20	(space)
33	010 0001	041	21	!
34	010 0010	042	22	"
35	010 0011	043	23	#
36	010 0100	044	24	\$
37	010 0101	045	25	%
38	010 0110	046	26	&
39	010 0111	047	27	'
40	010 1000	050	28	(
41	010 1001	051	29)
42	010 1010	052	2A	*
43	010 1011	053	2B	+
44	010 1100	054	2C	,
45	010 1101	055	2D	-
46	010 1110	056	2E	.
47	010 1111	057	2F	/
48	011 0000	060	30	0
49	011 0001	061	31	1
50	011 0010	062	32	2

Brojni sistemi

- mi koristimo:
dekadni, osnova 10, cifre 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- u računaru se koristi:
binarni, osnova 2, cifre 0,1
- zbog lakšeg predstavljanja binarnih brojeva koriste se:
oktalni, osnova 8, cifre 0,1,2,3,4,5,6,7
heksadekadni, osnova 16, cifre 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- prirodni brojevi $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- celi brojevi $\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- racionalni brojevi \mathbf{Q} – mogu da se prikažu u obliku razlomka, konačni dekadni brojevi, npr. $-3/5$; $8/15$; $16/1$;
- iracionalni brojevi \mathbf{I} – ne mogu da se prikažu u obliku razlomka, npr. π ; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{5}$; $^3\sqrt{3}$; ...
- realni brojevi \mathbf{R} – unija skupova racionalnih i iracionalnih brojeva, npr. 6 ; $3,56$; $-1/5$; π ; ...

Binarni brojni sistem

- **iz prirodnog dekadnog broja u binarni**
 - podeliti dekadni broj brojem 2
 - zapisati ostatak deljenja (0 ili 1)
 - postupak se ponavlja dok se ne dobije nula
 - ostaci deljenja predstavljaju binarni broj koji se čita u obrnutom smeru

$87 : 2 = 43$	ostatak 1
$43 : 2 = 21$	ostatak 1
$21 : 2 = 10$	ostatak 1
$10 : 2 = 5$	ostatak 0
$5 : 2 = 2$	ostatak 1
$2 : 2 = 1$	ostatak 0
$1 : 2 = 0$	ostatak 1

$$87_{10} = 1010111_2$$

Binarni brojni sistem

- **dekadni brojevi koji su manji od 1**
 - pomnožiti dekadni broj brojem 2
 - ako je dobijeni proizvod veći od 1, u binarnom broju se piše 1
 - ako je dobijeni proizvod manji od 1, u binarnom broju se piše 0
 - samo ako je dobijeni proizvod veći od 1, od njega se oduzima 1
 - postupak se ponavlja dok se ne dobije nula
 - dobijene binarne cifre treba čitati normalno, sa nulom i zarezom ispred

$$0.3125 \times 2 = 0.625 \quad \text{piše se 0}$$

$$0.625 \times 2 = 1.25 \quad \text{piše se 1}$$

$$0.25 \times 2 = 0.5 \quad \text{piše se 0}$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \quad \text{piše se 1}$$

$$0.3125_{10} = 0.0101_2$$

Binarni brojni sistem

- **iz binarnog u dekadni** - zbir proizvoda svake cifre binarnog broja sa odgovarajućim stepenom broja dva

$$101101_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45_{10}$$

- **realan binarni u realan dekadni**

$$101011.1011 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 32 + 8 + 2 + 1 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 = 43.6875$$

Oktalni brojni sistem

- **iz dekadnog u oktalni**

$$127 : 8 = 15 \quad \text{ostatak } 7$$

$$15 : 8 = 1 \quad \text{ostatak } 7$$

$$1 : 8 = 0 \quad \text{ostatak } 1$$

$$127_{10} = 177_8$$

- **dekadni brojevi manji od 1 u oktalni**

- pomnožiti dekadni broj brojem 8

- ako je dobijeni proizvod veći od 1, u oktalnom broju se piše cifra jedinica i taj broj se oduzima od dobijenog proizvoda

- ako je dobijeni proizvod manji od 1, u oktalnom broju se piše 0

- ponavlja se postupak, sve dok se ne dobije nula

$$0.3125 \times 8 = 2.5 \quad \text{piše se } 2$$

$$0.5 \times 8 = 4.0 \quad \text{piše se } 4$$

$$0.3125_{10} = 0.24_8$$

Oktalni brojni sistem

- **iz oktalnog u dekadni:**

$$37_8 = 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 24 + 7 = 31_{10}$$

- **iz binarnog u oktalni:** grupišu se po 3 cifre, sa desne u levu stranu, dodaju se vodeće nule sa leve strane - svaka grupa od tri broja menja se jednom oktalnom cifrom

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

$$1101101111_2 = 001\ 101\ 101\ 111 = 1557_8$$

- **iz oktalnog u binarni:** svaka oktalna cifra se prikazuje sa 3 bita

$$76543_8 = 111\ 110\ 101\ 100\ 011 = 111110101100011_2$$

Heksadekadni brojni sistem

- **iz dekadnog u heksadekadni**

$943 : 16 = 58$ ostatak 15 tj. F

$58 : 16 = 3$ ostatak 10 tj. A

$3 : 16 = 0$ ostatak 3

$943_{10} = 3AF_{16}$

- **dekadni brojevi manji od 1 u heksadekadni**

$0.015625 \times 16 = 0.25$ piše se 0

$0.25 \times 16 = 4.0$ piše se 4

$0.015625_{10} = 0.04_{16}$

- **iz heksadekadnog u dekadni**

$3B_{16} = 3 \times 16^1 + 11 \times 16^0 = 48 + 11 = 59_{10}$

- **iz heksadekadnog u binarni**

$AF3_{16} = 1010\ 1111\ 0011 = 101011110011_2$

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10=A
1011	11=B
1100	12=C
1101	13=D
1110	14=E
1111	15=F

Predstavljanje brojeva

binarni brojevi mogu da budu predstavljeni kao:

- **neoznačeni** – nemaju oznaku za znak broja – zapis je identičan njihovoj reprezentaciji u binarnom brojnom sistemu
- **označeni** – imaju konačan i nepromenljiv broj bitova (8,16 ili 32), a predstavljaju se kao:
 - **znak i apsolutna vrednost** (na vodećem mestu se dodaje cifra 0 ako je broj pozitivan ili 1 ako je broj negativan) – nedostaci: dva različita binarna zapisa za nulu; za otkrivanje eventualnog prekoračenja prilikom računskih operacija potrebno je ispitivati znak i apsolutnu vrednost oba operanda
 - **nepotpuni komplement** – pozitivnim brojevima se ne radi komplement, kod negativnih se znak minus zamenjuje brojem 1, a ostale cifre se konvertuju (nule u jedinice, a jedinice u nule) – efikasnija aritmetika ali takođe dva različita binarna zapisa nule što otežava operacije poređenja sa nulom
 - **potpuni komplement** – odredi se nepotpuni komplement i na mestu najmanje težine se doda jedan, prekoračenje se ignoriše

Predstavljanje brojeva

Dekadna vrednost	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplment	Potpuni komplement	Uvećanje 128
+127	01111111	01111111	01111111	11111111
+64	01000000	01000000	01000000	11000000
+32	00100000	00100000	00100000	10100000
+16	00010000	00010000	00010000	10010000
+15	00001111	00001111	00001111	10001111
+10	00001010	00001010	00001010	10001010
+9	00001001	00001001	00001001	10001001
+8	00001000	00001000	00001000	10001000
+7	00000111	00000111	00000111	10000111
+6	00000110	00000110	00000110	10000110
+5	00000101	00000101	00000101	10000101
+4	00000100	00000100	00000100	10000100
+3	00000011	00000011	00000011	10000011
+2	00000010	00000010	00000010	10000010
+1	00000001	00000001	00000001	10000001
+0	00000000	00000000	00000000	10000000
-0	10000000	11111111	---	---
-1	10000001	11111110	11111111	01111111
-2	10000010	11111101	11111110	01111110
-3	10000011	11111100	11111101	01111101
-4	10000100	11111011	11111100	01111100
-5	10000101	11111010	11111011	01111011
-6	10000110	11111001	11111010	01111010
-7	10000111	11111000	11111001	01111001
-8	10001000	11110111	11111000	01111000
-9	10001001	11110110	11110111	01110111
-10	10001010	11110101	11110110	01110110
-15	10001111	11110000	11110001	01110001
-16	10010000	11101111	11110000	01110000
-32	10100000	11011111	11100000	01100000
-64	11000000	10111111	11000000	01000000
-127	11111111	10000000	10000001	00000001
-128	---	---	10000000	00000000

Binarna aritmetika

- sabiranje

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ sa prenosom } 1$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \\
 10010111.1101 \\
 + \quad 10101.11 \\
 \hline
 10101101.1001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \\
 1110111.1101 \\
 + \quad 10101.11 \\
 \hline
 10001101.1001
 \end{array}$$

- oduzimanje

$$\begin{array}{r}
 \text{pozicija } \quad \color{red}{6} \color{red}{5} \color{red}{4} \color{red}{3} \color{red}{2} \color{red}{1} \\
 \quad 100111 \\
 - \quad 001011 \\
 \hline
 \quad 011100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 110 \\
 - 011 \\
 \hline
 011
 \end{array}$$

sa pozicije **6** se pozajmljuje jedinica i pozicija 5 dobija vrednost **10**, tj. 2, pozajmljuje se jedinica sa te pozicije i na poziciji 5 ostaje vrednost jedan, a na poziciji **4** je pozajmljena vrednost **10**

Znak i apsolutna vrednost

- posebno se analizira znak, a posebno apsolutna vrednost
- ako su brojevi istog znaka tada i njihov zbir ima isti znak - apsolutna vrednost zbira je jednaka zbiru njihovih apsolutnih vrednosti

$$\begin{array}{r} +61 + 14 \\ +61 = 0|0111101 \\ +14 = 0|0001110 \\ \hline +75 = 0|1001011 \end{array}$$

- ako su brojevi različitog znaka tada njihov zbir ima znak sabirka čija je apsolutna vrednost veća - apsolutna vrednost zbira je jednaka razlici njihovih apsolutnih vrednosti pri čemu se oduzima manja apsolutna vrednost od veće

$$\begin{array}{r} -61 - (+14) = -61 + (-14) \\ -61 = 1|0111101 \\ -14 = 1|0001110 \\ \hline -75 = 1|1001011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +61 - (+14) = +61 + (-14) \\ +61 = 0|0111101 \\ -14 = 1|0001110 \\ \hline +47 = 0|0101111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -61 + 14 \\ -61 = 1|0111101 \\ +14 = 0|0001110 \\ \hline -47 = 1|0101111 \end{array}$$

Znak i apsolutna vrednost

$$\begin{array}{r} -61 - 75 \\ -61 = 1|0111101 \\ -75 = 1|1001011 \\ \hline *** = 1|10001000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +120 + 10 \\ +120 = 0|1111000 \\ +10 = 0|0001010 \\ \hline *** = 0|10000010 \end{array}$$

- prekoračenje - nemoguće izvršiti sabiranje navedenih brojeva u osmobicnom cifarskom sistemu
- do prekoračenja prilikom sabiranja binarnih brojeva može doći samo ukoliko su brojevi istog znaka - ako se sabiraju pozitivni brojevi i dobije se negativan rezultat ili ako se sabiraju negativni brojevi i dobije se pozitivan rezultat

Potpuni komplement

- zove se i komplement dvojke - u savremenim računarima se označeni celi brojevi zapisuju u potpunom komplementu
- prekoračenje se ignoriše
- oduzimanje se svodi na sabiranje uz prethodnu promenu znaka umanjioću

$$\begin{array}{r}
 +61 + 14 \\
 +61 = 0|0111101 \\
 +14 = 0|0001110 \\
 \hline
 +75 = 0|1001011
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 +61 - (+14) = +61 + (-14) \\
 +61 = 0|0111101 \\
 -14 = 1|1110010 \\
 \hline
 +47 = 1|0101111
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -61 - (+14) = -61 + (-14) \\
 -61 = 1|1000011 \\
 -14 = 1|1110010 \\
 \hline
 -75 = 1|0110101
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -61 + 14 \\
 -61 = 1|1000011 \\
 +14 = 0|0001110 \\
 \hline
 -47 = 1|1010001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -61 - 75 \\
 -61 = 1|1000011 \\
 -75 = 1|0110101 \\
 \hline
 *** = 1|01111000
 \end{array}$$

prekoračenje - znak zbira se razlikuje od znaka sabiraka - cifra se odbacuje i ne ulazi u vrednost rezultata

Celi brojevi u računaru

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč	Zapis
+127	01111111	0000000011111111	znak i aps. vred.
+5	0000101	000000000000101	znak i aps. vred.
+0	0000000	000000000000000	znak i aps. vred.
-0	1000000	100000000000000	znak i aps. vred.
-5	1000101	100000000000101	znak i aps. vred.
-127	11111111	1000000011111111	znak i aps. vred.

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč	Zapis
+5	0000101	000000000000101	nepotpuni komp.
-5	11111010	1111111111111010	nepotpuni komp.
+9	0001001	000000000001001	potpuni kompl.
-9	11110111	1111111111110111	potpuni kompl.

Realni brojevi

- realni ili brojevi se u računaru predstavljaju kao:
 - brojevi sa **fiksni zarezom** (fixed) - unapred se zna broj pozicija za razlomljeni deo
 - brojevi sa **pokretnim zarezom** (float) - moguće je imati više ili manje pozicija za razlomljeni deo, dele se na brojeve sa:
 - **jednostrukom tačnošću** (float)
 - **dvostrukom tačnošću** (double) - ostavljeno je više bitova za razlomljeni deo

Pokretni zarez - float

- eksponencijalni zapis se koristi za zapis vrlo velikih i vrlo malih brojeva
- $R = m \times b^e$ gde je: **R** - vrednost broja, **m** -mantisa, **b** - osnova brojnog sistema, **e** - eksponent
 - dekadni broj 1200000000000 = 1.2×10^{12}
 - dekadni broj 0.0000000378 = 3.78×10^{-8}
 - binarni broj 11010000000 = 1.101×2^{10}
- **normalizovana** notacija podrazumeva položaj decimalnog zareza u mantisi neposredno iza prve nenulte cifre
- prilikom zapisa negativnih celih vrednosti eksponenta u potpunom komplementu javlja se problem prilikom poređenja dve vrednosti, zato se eksponent ponderiše, tj. na stvarnu vrednost eksponenta se dodaje konstanta:
 - 127 za float
 - 1023 za double

Pokretni zarez

$$7.6875_{10} = 111.1011_2 = 1.111011 \times 2^2$$

$$S=0$$

$$E' = 2 + 127 = 129_{10} = 10000001_2$$

$$F = 11101100\dots 00$$

$$-17.5_{10}$$

$$S=1$$

$$E' = 4 + 127 = 131_{10} = 10000011_2$$

$$F = 000110000\dots 00$$

po standardu IEEE754 za **float**:

mantisa - 23 bita

eksponent - 8 bitova

jedan bit za znak broja

ukupna dužina - **32 bita**

za **double**:

mantisa - 52 bita

eksponent - 11 bitova

jedan bit za znak broja

ukupna dužina - **64 bita**